

Soustavy rovnic

Pro řešení soustav rovnic používáme nejčastěji následující způsoby (metody) řešení:

- **Metoda dosazovací** – z jedné rovnice vyjádříme jednu neznámou a *dosadíme* do druhé rovnice.
- **Metoda sčítací** – rovnice násobíme vhodnými čísly tak, abychom se při *sečtení* (odečtení) dvou rovnic zbavili jedné neznámé.

Další možností je **metoda srovnávací** (komparační), kdy z každé rovnice vyjádříme stejnou neznámou a tyto výrazy pak mezi sebou porovnáme.

Používá se třeba v soustavách, ve kterých se vyskytuje násobení dvou neznámých:
$$\begin{aligned} x + xy + y &= 7 \\ x - xy + y &= 1 \end{aligned}$$

1. Řeš v $\mathbb{R}$ soustavy rovnic:

a)
$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 6 \\ 2x + 4y &= 4 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x &= -3y + 20 \\ x &= 5y + 12 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x + 2y &= -10 \\ 2x - y &= 2 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 4 \\ 2x + 9y &= -5 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} 0,5x + 0,2y &= 0,1 \\ 0,5x + 0,4y &= 0,5 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} -x + 3y &= 0 \\ 2x - 5y &= 0,25 \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 3 \\ 8x + 6y &= 4 \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} -3x + y &= -1 \\ 6x - 2y &= 2 \end{aligned}$$

i)
$$\begin{aligned} 3(x + 2y) &= x - 2(y + 3) \\ x - 2y - 3 &= 0 \end{aligned}$$

j)
$$\begin{aligned} \frac{3x-2y}{5} + \frac{5x-3y}{3} &= x+1 \\ \frac{2x-3y}{3} + \frac{4x-3y}{3} &= y \end{aligned}$$

k)
$$\begin{aligned} 4x-2 &= \frac{5y-6x}{13} + 3y \\ \frac{-2x+3y}{4} - 12 &= \frac{5y-6x}{6} - 2x \end{aligned}$$

l)
$$\begin{aligned} 8 - \frac{b}{3} &= \frac{a-2b}{4} + \frac{a}{2} \\ \frac{2a+b}{5} - 3 &= \frac{3a-5b}{2} \end{aligned}$$

m)
$$\begin{aligned} \frac{b-2}{3} &= 2 - \frac{a+2}{3} \\ \frac{a+b}{6} &= \frac{b-3}{2} \end{aligned}$$

n)
$$\begin{aligned} 3x + 2y + 3z &= 100 \\ 5x + y - 4z &= 0 \\ 2x - 3y + z &= 0 \end{aligned}$$

o)
$$\begin{aligned} 2x - 3y + 4z &= 5 \\ 3x + 4y - 2z &= 0 \\ -4x + 2y + 3z &= 8 \end{aligned}$$

p)
$$\begin{aligned} 2x - 3(3y - z) &= 3 \\ 3(x + 2y) - 2z &= 19 \\ -4(x + 2z) + 3y &= 7 \end{aligned}$$

2. Řeš soustavu lineární a kvadratické rovnice:

a)
$$\begin{aligned} x^2 + 2y &= 12 \\ x^2 - y &= 0 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x^2 + x + 4y &= 2 \\ x + 2y &= 1 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= 5 \\ x + y &= 5 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} x^2 + 3y^2 &= 10 \\ x - y &= 2 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} x^2 + x + 2y &= 14 \\ x + 2y &= -2 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 10 \\ x - 2y &= -5 \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} a^2 + 4b^2 &= 16 \\ a - 2b &= 4 \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} 9a^2 - 4b^2 &= 36 \\ a + b &= 2 \end{aligned}$$

i)
$$\begin{aligned} a^2 + 9(b^2 - 1) &= 0 \\ a + 3(b - 1) &= 0 \end{aligned}$$

3. Slovní úlohy

- a) Jsou dána dvě kladná čísla. První číslo je o 54 větší než pětinasobek druhého. Podíl většího a menšího čísla je 8. Urči tato čísla.
- b) Pět kilogramů jablek a dva kilogramy pomerančů stojí 124 Kč, tři kilogramy jablek a čtyři kilogramy pomerančů stojí 136 Kč. Kolik stojí kilogram jablek a kolik kilogram pomerančů?
- c) Tři čtvrtiny počtu chlapců ve třídě se rovnají dvěma třetinám počtu dívek. Ve třídě je celkem 34 žáků. Kolik je ve třídě chlapců, kolik dívek?
- d) Otec se synem mají dohromady 40 let. Před dvěma lety byl otec osmkrát starší než syn. Kolik let je nyní otci a kolik let je synovi?
- e) Dvojciferné číslo je sedminásobkem svého ciferného součtu. Zaměníme-li pořadí jeho číslic, dostaneme číslo o 27 menší. Urči původní číslo.
- f) Dvacet brouků a pavouků má dohromady 146 noh. Kolik je brouků a kolik pavouků?
- g) Dvě kružnice mají vnější dotyk, je-li vzdálenost jejich středů 82 mm. Je-li vzdálenost jejich středů 30 mm, mají vnitřní dotyk. Urči poloměry těchto kružnic.
- h) Hmotnost nádoby s vodou je 2,48 kg. Odlijeme-li 75 % vody, má nádoba se zbytkem vody hmotnost 0,98 kg. Urči hmotnost prázdné nádoby. Kolik vody bylo původně v nádobě?
- i) V testu je 25 otázek, za každou správnou odpověď se přičítá 5 bodů, za každou chybějící nebo chybně zodpovězenou otázkou se odečítají 3 body. Igor na dvě otázky neodpověděl a přitom dosáhl v tomto testu 69 bodů. Kolik Igorových odpovědí bylo chybných?
- j) Ze dvou druhů čaje v ceně 340 Kč a 420 Kč za 1 kg se má připravit 25 kg směsi v ceně 372 Kč za 1 kg. Kolik kg každého čaje je třeba smíchat?
- k) Schodiště překonává výšku 3,6 m. Kdyby se výška jednoho schodu zmenšila o 4 cm, počet schodů by se zvětšil o tři. Kolik schodů má toto schodiště? Jak jsou schody vysoké?
- l) Jestliže délku obdélníku o 1 cm zvětšíme a jeho šířku o 2 cm zmenšíme, zmenší se obsah obdélníku o 24 cm^2 . Když však délku zmenšíme o 2 cm a šířku o 1 cm zvětšíme, obsah obdélníku se zmenší jen o 3 cm^2 . Urči rozměry obdélníku.
- m) Ve škole je 360 studentů, 93 z nich prospělo s vyznamenáním. Přitom vyznamenání dosáhlo 20 % chlapců a 30 % dívek. Kolik je ve škole chlapců a kolik dívek?
- n) Ve dvou cisternách je nafta. Kdybychom přečerpali 20 % nafty z první cisterny do druhé, bylo by v obou cisternách stejně. Kdybychom přečerpali z druhé cisterny 3 hektolitry do první, bylo by v první dvakrát více nafty než ve druhé. Kolik nafty je v každé cisterně?
- o) Délka obdélníku je o 20 cm větší než jeho šířka. Zkrátíme-li obdélník o 5 cm a zároveň jeho šířku zvětšíme o 10 cm, vzroste obsah obdélníka o 300 cm^2 . Jaké jsou rozměry obdélníka?
- p) Urči dvě čísla, víš-li, že jejich poměr je 4:3 a jejich součet je roven jejich součinu.

Výsledky

1. Řeš v R soustavy rovnic:

- a) $x = \frac{6}{5}; y = \frac{2}{5}$ b) $x = 17; y = 1$ c) $x = -1,2; y = -4,4$
d) $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{2}{3}$ e) $x = -\frac{3}{5}; y = 2$ f) $x = \frac{3}{4}; y = \frac{1}{4}$
g) $\emptyset$ h) $[x; 3x - 1], x \in R$ i) $x = 1; y = -1$
j) $x = 3; y = 2$ k) $x = 5; y = 6$ l) $a = 12; b = 6$ m) $a = 1; b = 5$
o) $x = 11; y = 13; z = 17$ p) $x = 0; y = 1; z = 2$ q) $x = 3; y = 1; z = -2$

2. Řeš soustavu lineární a kvadratické rovnice:

- a) $[2; 4]$ a $[-2; 4]$ b) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ a $[1; 0]$ c) $[3; 2]$
d) $\left[\frac{3+\sqrt{7}}{2}; \frac{-1+\sqrt{7}}{2}\right]$ a $\left[\frac{3-\sqrt{7}}{2}; \frac{-1-\sqrt{7}}{2}\right]$ e) $[4; -3]$ a $[-4; 1]$ f) $[1; 3]$ a $[-3; 1]$
g) $[0; -2]$ a $[4; 0]$ h) $[2; 0]$ a $[-5,2; 7,2]$ i) $[0; 1]$ a $[3; 0]$

3. Slovní úlohy

- a) Hledaná čísla jsou 144 a 18.
b) Kilogram jablek stojí 16 Kč a kilogram pomerančů 22 Kč.
c) Ve třídě je 16 chlapců a 18 dívek.
d) Otcí je 34 let, synovi 6 let.
e) Hledané číslo je 63.
f) Brouků je sedm, pavouků třináct.
g) Větší kružnice má poloměr 56 mm, menší 26 mm.
h) Prázdná nádoba má hmotnost 0,48 kg, v nádobě byly původně 2 kg vody.
i) Igor měl 5 chybných odpovědí.
j) Je třeba smíchat 15 kg prvního druhu a 10 kg druhého druhu.
k) Schodiště má 15 schodů o výšce 24 cm.
l) Délky stran obdélníku jsou 15 m a 8 m.
m) Ve škole je 150 chlapců a 210 dívek.
n) V první cisterně je 45 hl, ve druhé 27 hl nafty.
o) Délky stran obdélníku jsou 50 m a 30 m.
p) Hledaná čísla jsou $\frac{7}{3}$ a $\frac{7}{4}$.