

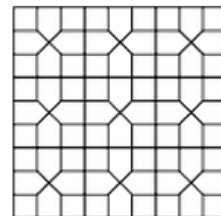
První nácvik na Náboj

1. O kolik je větší součet prvních 2 014 sudých přirozených čísel než součet prvních 2 013 lichých přirozených čísel?

$$2\,013 + 2 \cdot 2\,014 = 6\,041$$

2. Dláždění je tvořeno pravidelným vzorem složeným z čtverců a pětiúhelníků (viz obrázek vpravo). Kolik procent (zaokrouhlete na celá procenta) znázorněné podlahy pokrývají pětiúhelníky?

56 %



3. Tachometr v autě má zvláštní vadu: počítadlo kilometrů po číslici 1 na místě jednotek ukáže po ujetí kilometru rovnou číslici 3 (číslice 2 se na této pozici nezobrazuje, je vždy „přeskočena“). Kolik kilometrů urazil takový automobil, ukazuje-li počítadlo 2 014 najetých kilometrů?

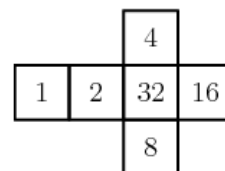
$$2\,014 - 202 = 1\,812 \text{ km}$$

4. Vendelín narýsoval do sešitu sedm kružnic se stejnými poloměry tak, že se každá kružnice protíná s každou. Kolik je na obrázku celkem průsečíků?

Kružnice tvoří $\binom{7}{2} = 21$ dvojic. Dostáváme celkem $21 \cdot 2 = 42$ průsečíků.

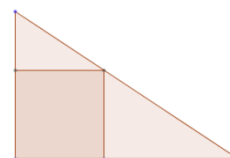
5. Ze tří hracích kostek, jejichž síť je znázorněna na obrázku, má být postavena věž tak, aby součet čísel na 13 viditelných stěnách byl největší možný. Jaký je tento součet?

$$51 + 51 + 62 = 164$$



6. Jaký je obsah čtverce vepsaného do pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami 40 cm a 60 cm? Situaci znázorňuje obrázek vpravo.

Strana čtverce měří $40 \cdot 60 / (40 + 60) = 24$ cm; obsah čtverce je 576 cm^2 .



7. Součin dvou přirozených čísel, v jejichž zápisech se neobjevují nuly, je roven 1 000 000. Urči součet těchto dvou čísel.

Protože je $1\,000\,000 = 64 \cdot 15\,625$, dostaneme $64 + 15\,625 = 15\,689$.

8. Plavec plave rychlostí $0,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Nejprve se vydal po proudu řeky, po 525 metrech se otočil a plaval proti proudu zpět. Do výchozího místa se vrátil za 20 minut. Jakou rychlost má proud v řece?

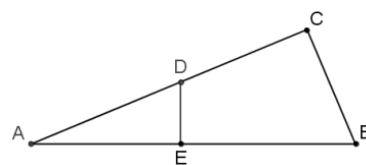
Voda v řece proudí rychlostí $0,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

9. Po vynásobení čtyřciferného čísla čtyřmi vzniklo číslo zapsané stejnými číslicemi, ale v opačném pořadí. Urči původní číslo.

2 178

10. Na obrázku je $|AE| = 12 \text{ cm}$, $|EB| = 14 \text{ cm}$, $|BC| = 10 \text{ cm}$. Přitom platí, že $|\sphericalangle AED| = |\sphericalangle BCA| = 90^\circ$. Urči obsah čtyřúhelníku BCDE.

$$S = 24 \cdot 10 / 2 - 12 \cdot 5 / 2 = 90 \text{ cm}^2.$$



11. Kolika číslicemi je zapsáno nejmenší přirozené číslo s ciferným součtem 2 014?

Počet číslic je 224.

12. Jaký (konvexní) úhel svírají hodinové ručičky deset minut po páté hodině?

95°

13. Kolik přirozených čísel menších než 2 014 obsahuje ve svém zápisu alespoň jednu čtyřku?

V každé stovce je takových čísel 19, ve 4. a 14. stovce jich je 100. Jedna čtyřka je v čísle 2 004. Čísel je tedy $18 \cdot 19 + 2 \cdot 100 + 1 = 543$.

14. Učitel hudby říká učiteli matematiky: „Vidím do školy přicházet tři osoby, které jsou dohromady tak staré jako ty. Jestliže jejich věky znásobíš, dostaneš 2 450.“ Učitel matematiky na to odvětlí, že to mu pro určení stárí těchto osob nestačí. Učitel hudby poté dodá, že žádný z těch tří není starší než ředitel. Nyní už učitel matematiky dovede určit stárí oněch tří osob. Jak starý je ředitel školy?

49

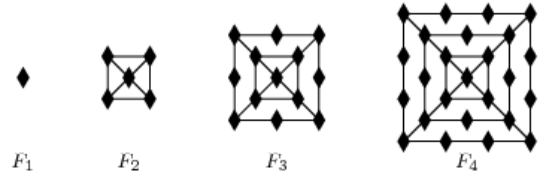
15. Urči součet všech dělitelů čísla 2 014.

$2\,014 = 2 \cdot 19 \cdot 53 \Rightarrow$ dělitelé jsou čísla: 1, 2, 19, 38, 53, 106, 1 007 a 2014. Součet je 3 240.

16. V naší školní knihovně jsme označili všechny knihy pořadovým číslem (1, 2, 3,...). K našemu velkému překvapení bylo k očíslování všech knih použito právě třikrát tolik číslic, kolik je knih. Kolik je v naší školní knihovně knih?

1 107 knih

17. Na obrázku je znázorněn začátek posloupnosti obrazců F_1, F_2, F_3, F_4 . Pro $n > 2$ je každý obrazec F_n vytvořen z předcházejícího obrazce F_{n-1} tak, že je okolo něho přidán čtverec se stranou tvořenou n kosočtverci.



Kolik kosočtverců bude celkem v obrazci F_{2014} ?

$$2 \cdot 014^2 + 2 \cdot 013^2 = 8 \cdot 108 \cdot 365$$

18. Najdi nejmenší přirozené číslo, které končí na 13, je dělitelné číslem 13 a má ciferný součet 13.

11 713 (první trojčísí musí být dělitelné 13 a 9 zároveň)

19. Čemu se rovná zlomek $\frac{2^{2014} + 2^{2013}}{2^{2014} - 2^{2013}}$?

$$\frac{2^{2014} + 2^{2013}}{2^{2014} - 2^{2013}} = \frac{2^{2013} (2+1)}{2^{2013} (2-1)} = 3$$

20. Dana má tři kamarádky, které ji pravidelně navštěvují: Alenu, Báru a Cilku. Alena chodí za Danou každý třetí den, Bára každý čtvrtý a Cilka každý pátý. Na Silvestra 2013 to vyšlo tak, že Danu navštívily všechny tři její kamarádky. Kolikrát během roku 2014 se stane, že Danu navštíví právě dvě kamarádky v jeden den?

54 (6 šedesátidenních cyklů s 9 zdvojenými návštěvami)