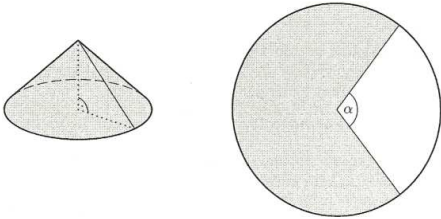
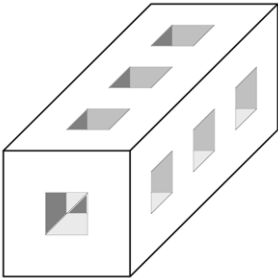
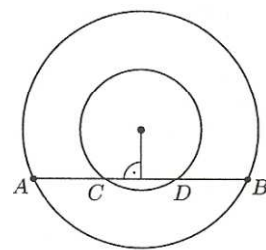


Druhý nácvik na Náboj

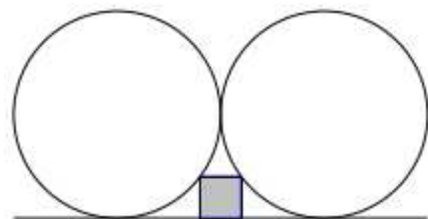
1. Jaká je hodnota výrazu $2^{014} - (2^{013} + 2^{012} - 2^{011} + 2^{010} - 2^{009} + \dots + 2 - 1)$?
2. Kroužek svalovců pořádá pro všechny své členy turnaj v přetlačování. Utká se vždy dvojice žáků, kdo přetlačí ruku druhého na stůl, je vítěz zápasu. Poražený z turnaje vypadává. Kroužek svalovců má celkem 29 členů. Kolik utkání musí proběhnout, aby mohl být jednoznačně určen vítěz turnaje?
3. Urči počet sčítanců na pravé straně rovnosti $2^{2^{014}} = 2 + 2 + 2 + \dots + 2$.
4. Součin neznámého čísla a jeho ciferného součtu je 14 098. Jaký je ciferný součet neznámého čísla?
5. Průměrný věk 12 učitelů na škole v Malé Horní byl 46,5 roku. Po odchodu šestašedesátiletého pana Děduly do důchodu nastoupil mladý učitel Nováček, a průměrný věk sboru se tak snížil na 43 roků. Jak starý je pan učitel Nováček?
6. Výška kužele je stejná jako poloměr podstavy. Plášť takového kužele je možné vyrobit z papíru tvaru kruhu vystřihnutím kruhové výseče. Jaký středový úhel α musí tato výseč mít? Velikost úhlu zaokrouhli na celé stupně.
7. Kolikrát je součin čísel $a = 2 \cdot 10^{2^{014}}$ a $b = 5 \cdot 10^{2^{013}}$ větší než jejich součet?
8. Dřevěný kvádr s rozměry 15 cm × 15 cm × 35 cm provrtal „skrz naskrz“ dřevokazný brouk čtvercovým tunelotvorným způsobem znázorněným na obrázku. Jaký je povrch takto vzniklého tělesa?
9. Paní Velká a paní Těžká prodávají brusinky. U paní Velké zaplatíte za litr brusinek 120 Kč, u paní Těžké dáte 175 Kč za kilogram. Hmotnost litru brusinek je 640 g. Jirka koupil u paní Velké brusinky za 180 Kč. Kolik korun by stálo stejné množství brusinek u paní Těžké?
10. Z 2^{014} stejných krychliček o hraně délky 1 dm byla postavena pyramida (na „špičku“ ale kostky nezbyly). Počty krychliček v jednotlivých vrstvách jsou po sobě jdoucí (sestupně) čtvercová čísla. Například pyramida postavená z 55 krychliček by měla vrstvy tvořené 25, 16, 9, 4 a 1 krychličkou. Kolik krychliček je třeba doplnit, aby byla pyramida kompletní?

11. Menší ze dvou soustředných kružnic má poloměr 10 cm. Tětiva CD měří 12 cm, délka tětivy AB je 30 cm (podobnou situaci znázorňuje obrázek). Urči poloměr větší kružnice.



12. Představ si, že budeš psát za sebe bez mezer postupně po sobě jdoucích sudá přirozená čísla: 2468101214161820... Jaké číslice budou na 2 013. a 2 014. místě?

13. Mezi dvě dotýkající se kružnice o poloměru 10 cm a jejich společnou tečnu byl vepsán čtverec (viz obrázek). Vypočítej obsah tohoto čtverce.



14. Kolika nulami končí zápis čísla $a = 2\,014! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2\,014$?
15. Pepík a Vašík hrají hru zvanou Aritmomachia. Hráči střídavě volí přirozená čísla z daného rozmezí a ta se postupně načítají. Ten, který dosáhne nebo překročí předem domluvenou hranici, prohrává. Chlapci se dohodli, že budou přidávat čísla z rozmezí 1 až 13 a že začne Pepík. Vašík může zvolit trojciferné číslo, které bude hraniční. Jaké nejmenší číslo by měl zvolit, aby (pokud neudělá chybu) měl jistotu výhry?
16. V krychli si vyznačíme všechny vrcholy, všechny středy hran, všechny středy stěn a střed krychle (celkem 27 bodů). Kolik je přímek, které procházejí právě dvěma vyznačenými body?
17. Sumoslava Pilná našla 2 014 po sobě jdoucích přirozených čísel, která dávala stejný součet jako 2 013 po nich následujících čísel. Které ze Sumoslavinyých čísel bylo nejmenší?
18. Sladkomil Tlustý se každý den cestou ze školy stavuje v cukrárně a pokaždé si postupně objednává čtyři zákusky (každý jiný). Kolik různých objednávek může Sladkomil během své školní docházky učinit, je-li nabídka cukrárny stálá a tvoří ji indiánek, laskonka, tiramisu, rakvička (se šlehačkou), žloutkový věneček, punčový řez a kokosová koule? Objednávky čtyř stejných zákusků (například indiánek, laskonka, punčový řez a rakvička), které se liší pořadím, považuje Sladkomil za různé.
19. Urči nejmenší přirozené číslo n , pro které budou mít čísla $x = 64n$ a $y = 112n$ stejný počet dělitelů.
20. Pro členy posloupnosti přirozených čísel a_n platí následující pravidla:
- $a_n = 17$, je-li n dělitelné současně čísly 11 a 13 a zároveň není dělitelné 17;
 - $a_n = 13$, je-li n dělitelné současně čísly 11 a 17 a zároveň není dělitelné 13;
 - $a_n = 11$, je-li n dělitelné současně čísly 13 a 17 a zároveň není dělitelné 11;
 - ve všech ostatních případech je $a_n = 1$.
- Jaký je součet prvních 2 014 členů této posloupnosti?