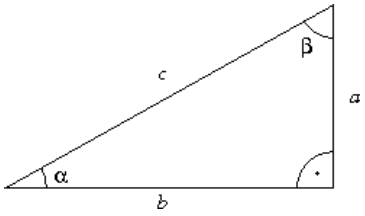
Goniometrické funkce

1. Definice funkcí a nejdůležitější hodnoty



$\sin\alpha$ = protilehlá odvěsna / přepona $\quad \sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha$ = přilehlá odvěsna / přepona $\quad \cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\operatorname{tg}\alpha$ = protilehlá odvěsna / přilehlá odvěsna $\quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$

$\operatorname{cotg}\alpha$ = přilehlá odvěsna / protilehlá odvěsna $\quad \operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

	0°	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**	**180°**	**270°**	**360°**
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nedef.	0	nedef.	0
$\operatorname{cotg}\alpha$	nedef.	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	nedef.	0	nedef.

Hodnoty fcí záporného argumentu:

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$

$\operatorname{cotg}(-\alpha) = -\operatorname{cotg}\alpha$

kvadrant	I.	II.	III.	IV.
α	$\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$	$\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$	$\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$	$\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$
$\sin\alpha$	+	+	–	–
$\cos\alpha$	+	–	–	+
$\operatorname{tg}\alpha$	+	–	+	–
$\operatorname{cotg}\alpha$	+	–	+	–

2. Vztahy mezi funkcemi

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\qquad \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{cotg}\alpha = 1$ $\qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\qquad \operatorname{cotg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\sin(\alpha) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

3. Vzorce

$$\sin(x+y)=\sin x\cdot\cos y+\cos x\cdot\sin y$$
$$\sin(x-y)=\sin x\cdot\cos y-\cos x\cdot\sin y$$
$$\cos(x+y)=\cos x\cdot\cos y-\sin x\cdot\sin y$$
$$\cos(x-y)=\cos x\cdot\cos y+\sin x\cdot\sin y$$

$$\sin 2x=2\cdot\sin x\cdot\cos x$$
$$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$$

$$\operatorname{tg}\,2x=\frac{2\operatorname{tg}\,x}{1-\operatorname{tg}^2\,x}\qquad\left(\text{pro } x\neq k\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin x+\sin y=2\cdot\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$$
$$\sin x-\sin y=2\cdot\cos\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$$
$$\cos x+\cos y=2\cdot\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$$
$$\cos x-\cos y=-2\cdot\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\left|\sin\frac{x}{2}\right|=\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$$
$$\left|\cos\frac{x}{2}\right|=\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$$

4. Věty pro obecný trojúhelník

Sinová věta:
$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$

Kosinová věta:
$$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos\alpha$$
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos\beta$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos\gamma$$