

Přímky a vektory – příklady k písemce

1. Vypočítej skalární součin vektorů:

- a) $\mathbf{m} = (3; -1)$ a $\mathbf{n} = (-1; 4)$
- b) $\mathbf{u} = (4,5; 1)$ a $\mathbf{v} = (2; -9)$
- c) $\mathbf{r} = (0; 1,6)$ a $\mathbf{s} = (-3,5; 5)$
- d) $\mathbf{a} = (\sqrt{3}; 1)$, $\mathbf{b} = (2; -\sqrt{12})$

Jedná se v některém případě o vektory navzájem kolmé?

2. Urči jednotkový vektor $\mathbf{i}$, který je kolmý k vektoru:

- a) $\mathbf{a} = (-3; 4)$
- b) $\mathbf{b} = (1; 1)$
- c) $\mathbf{c} = (2; 0)$
- d) $\mathbf{d} = (\sqrt{5}; 2)$

3. Je dán vektor $\mathbf{a} = (-2; 5)$. Urči x-ovou souřadnici vektoru $\mathbf{b} = (?; 4)$, tak aby skalární součin vektorů $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$.

4. Je dán vektor $\mathbf{c} = (1; 2)$. Urči y-ovou souřadnici vektoru $\mathbf{d} = (\frac{2}{3}; ?)$, aby $\mathbf{c} \cdot \mathbf{d} = 0$.

5. Vypočítej, jaký úhel svírají vektory:

- a) $\mathbf{p} = (2; -1)$ a $\mathbf{q} = (1; 4)$
- b) $\mathbf{r} = (2,5; 6)$ a $\mathbf{s} = (-4; 3)$

6. Ve trojúhelníku ABC , který je dán body $A[2; -4]$, $B[5; 0]$ a $C[-1; 3]$, vypočítej velikost úhlu CAB (úhlu ABC , resp. BCA).

7. Obdélník $ABCD$ má dány body $A[0; 0]$, $B[6; 0]$ a střed souměrnosti $S[3; 2]$. Urči souřadnice jeho vrcholů C a D a velikost ostrého úhlu, který svírají jeho úhlopříčky.

8. V soustavě souřadnic znázorni přímku zadanou parametrickými rovnicemi:

$$\begin{aligned}x &= 2 - 3t \\ y &= -1 + t\end{aligned}$$

9. Které z bodů $P[2; 1]$, $Q[3; 2]$ a $R[-3; 8]$ leží na přímce p dané parametrickými rovnicemi $x = 1 + 2t$ a $y = 4 - 2t$?

10. Čtverec $KLMN$ má dány body $K[2; -4]$ a $L[5; 0]$. Vypočítej souřadnice středu souměrnosti S čtverce $KLMN$ a zapiš parametrické vyjádření přímky procházející bodem K a středem S .

11. Je dán trojúhelník ABC tak, že $A[0; 8]$, $B[5; 0]$ a $C[5; 8]$. Urči parametrické rovnice přímek, na kterých leží jeho těžnice.

12. Urči obecnou rovnici přímky AB , kde $A[1; 6]$, $B[5; 4]$.

13. Zapiš parametrické rovnice přímky q , která je kolmá na přímku p danou obecnou rovnicí $2x - y - 3 = 0$ a prochází bodem $F[4; 2,5]$.

14. Zapiš obecnou rovnici přímky r , která je kolmá na přímku p danou parametrickými rovnicemi $x = 2t$ a $y = 3 - t$ a prochází bodem $G[0; 3]$.

15. Zapiš parametrické rovnice přímky p dané obecnou rovnicí $3x + 7y - 2 = 0$.

Řešení:

1. a) $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = -7$; b) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ (kolmé); c) $\mathbf{r} \cdot \mathbf{s} = 8$; d) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ (kolmé);
2. a) $\mathbf{i} = (\frac{4}{5}; \frac{3}{5})$ nebo $\mathbf{i} = (-\frac{4}{5}; -\frac{3}{5})$; b) $\mathbf{i} = (\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$ nebo $\mathbf{i} = (-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$;
c) $\mathbf{i} = (0; 1)$ nebo $\mathbf{i} = (0; -1)$; d) $\mathbf{i} = (\frac{2}{3}; -\frac{\sqrt{5}}{3})$ nebo $\mathbf{i} = (-\frac{2}{3}; \frac{\sqrt{5}}{3})$
3. $\mathbf{b} = (10; 4)$
4. $\mathbf{d} = (\frac{2}{3}; -\frac{1}{3})$
5. a) $\cos \varphi = -0,217 \Rightarrow \varphi = 102,5^\circ$
b) $\cos \varphi = 0,246 \Rightarrow \varphi = 75,7^\circ$
6. $|\sphericalangle CAB| = 60,1^\circ$; $|\sphericalangle ABC| = 79,7^\circ$;
 $|\sphericalangle BCA| = 40,2^\circ$
7. $C[6; 4]$, $D[0; 4]$, $|\sphericalangle ASD| = 67,4^\circ$;
8. K sestavení grafu potřebuji dva body:
z rovnic pro $t = 0$ dostáváme $A[2; -1]$;
po dosazení $t = 1$ je $B[-1; 0]$.
9. Na přímce p leží body $Q (t = 1)$ a $R (t = -2)$
10. $S[1,5; -0,5]$, například $x = 2 - 0,5t$ a $y = -4 + 3,5t$ (přímka prochází také bodem M)
11. Těžnice t_a prochází středem strany BC – bodem $S_a[5; 4]$. Přímka a , na níž těžnice t_a leží, má rovnice $x = 5t$ a $y = 8 - 4t$. Podobný postupem zjistíme, že přímka b , na níž leží těžnice t_b , má rovnice $x = 5 - 2,5t$ a $y = 8t$ a že rovnice pro přímku c , na níž leží těžnice t_c , jsou $x = 2,5 + 2,5t$ a $y = 4 + 4t$.
12. $x + 2y - 13 = 0$
13. $q: x = 4 + 2t$ a $y = 2,5 - t$
14. $r: 2x - y + 3 = 0$
15. Jedno z možných řešení je $p: x = 7t$ a $y = \frac{2}{7} - 3t$ (směrový vektor $\mathbf{s} = (7; -3)$)

Na přímce ale leží docela „hezký“ bod (s celočíselnými souřadnicemi) $H[-4; 2]$, takže řešením mohou být i rovnice $x = -4 + 7t$ a $y = 2 - 3t$ a mnohé další...

