

Vzájemná poloha přímek, vzdálenosti – příklady k písemce

1. Urči vzájemnou polohu přímek:
- | | |
|-------------------------|----------------------|
| a) $p: 3x - 4y - 2 = 0$ | $q: 2x + 4y - 3 = 0$ |
| b) $p: 4x - 2y + 6 = 0$ | $q: 2x - y - 1 = 0$ |
| c) $p: x + 4y - 5 = 0$ | $q: 4x - y - 3 = 0$ |
| d) $p: 4x - y + 6 = 0$ | $q: 3x - y + 2 = 0$ |

Pokud se jedná o přímky různoběžné, urči jejich průsečík.

2. Přímka p je dána parametrickými rovnicemi $x = 2 - 3t$; $y = -1 + t$. Přímka q prochází body $A[2; -6]$, $B[8; 2]$. Jaká je vzájemná poloha těchto přímek?
3. Je dána přímka p : $y = 2x - 6$. Zapiš parametrické rovnice přímky q , která přímku p protíná v bodě $P[4; 2]$ a je na ni kolmá.
4. Je dána přímka p : $2x + y - 11 = 0$ a bod $B[3; 0]$, který na ni neleží. Zapiš obecnou rovnici přímky q , která prochází bodem B a je rovnoběžná s přímkou p .
5. Vypočítejte vzdálenost bodu $A[4; 3]$ od přímky p dané parametrickými rovnicemi $x = 1 - t$, $y = 2 + t$.
6. Urči vzdálenost rovnoběžek p , q :
 - a) $p: x = 1 + 3t, y = 4 - t$; $q: x + 3y + 6 = 0$,
 - b) $p: x = -5 + 2t, y = 5t$, $q: x = 2 - 2s, y = 1 - 5s$,
 - c) $p: 2x + 3y - 1 = 0$, $q: 2x + 3y + 4 = 0$.
7. Urči souřadnice bodu B , který leží na přímce p a jehož vzdálenost o daného bodu D je co nejmenší?
 - a) $p: x + 3y + 6 = 0$, $D[3; -1]$
 - b) $p: x = -5 + t, y = -3t$, $D[0; 0]$,
8. Urči vzdálenost bodu $E[5; -3]$ od přímky $p: 2x - y + 1 = 0$ a zapiš rovnici přímky q , která prochází bodem E a je kolmá k přímce p .
9. Je dán trojúhelník ABC body $A[2; -5]$, $B[1; 3]$ a $C[-4; -1]$. Urči velikost výšky v_a . (Velikost výšky v_a je rovna vzdálenosti bodu A od přímky BC .)
10. Na přímce $p: x - y - 2 = 0$ najdi body M a N , které mají od přímky $q: 4x - 3y - 5 = 0$ vzdálenost $d = 2$.
11. Najdi rovnici přímky q , která prochází bodem $A[-1; -1]$ a má od bodu $M[1; 3]$ vzdálenost $d = 2$.
12. Urči průsečík a odchylku přímek p a q :
 - a) $p: x = 3t, y = 2 - t$; $q: x + 2y - 5 = 0$,
 - b) $p: x = -2 + t, y = 4t$, $q: x = -3s, y = 1 + 2s$
 - c) $p: -3x + 4y - 9 = 0$, $q: x + y = 0$,
13. Urči vzdálenost dvou rovnoběžek p a q daných parametrickými rovnicemi a zapiš parametrické rovnice přímky o , která je osou pásu určeného těmito rovnoběžkami:
 $p: x = 2 - t, y = 3 + t$ $q: x = 3 + 2t, y = 4 - 2t$

Řešení:

1. a) různoběžné, průsečík $P[1; \frac{1}{4}]$; b) rovnoběžné; c) kolmé, $P[1; 7]$; d) různoběžné, $P[-4; -10]$
2. Při vyjádření přímky q je třeba použít jiný parametr než t , například s , takže $q: x = 2 + 6s, y = -6 + 8s$. Přímky jsou různoběžné, průsečík $P[5; -2]$.
3. Směrový vektor přímky q je $\mathbf{u} = (2; -1)$, takže $q: x = 4 + 2t, y = 2 - t$.
4. Přímku q nejprve můžeme vyjádřit parametrickými rovnicemi: $q: x = 3 + t, y = -2t$. Ty upravíme na obecnou rovnici $2x + y - 6 = 0$. Jednodušší je ale dosadit souřadnice bodu B do rovnice $2x + y + c = 0$ a dopočítat hodnotu čísla c ($c = -6$).
5. Chceme-li použít vzorec $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, musíme nejprve vyjádřit přímku obecnou rovnicí: $x + y - 3 = 0$. Po dosazení dostáváme $d = 2\sqrt{2}$.
6. a) $\frac{19}{\sqrt{10}} = 6,008$; b) $\frac{33}{\sqrt{29}} = 6,128$; c) $\frac{5}{\sqrt{13}} = 1,387$
7. a) Kolmice k procházející bodem D má rovnici $3x - y - 10 = 0$ a protíná přímku p v bodě $B[2,4; -2,8]$;
b) Kolmice k procházející bodem D má v tomto případě rovnici $x - 3y = 0$ a protíná přímku p v bodě $B[-4,5; -1,5]$
8. $d = \frac{14\sqrt{5}}{5}$, $q: x + 2y - 1 = 0$.
9. $v_a = \frac{44}{\sqrt{41}} = 6,872$
10. Daným podmínkám vyhovují dva body: $M[9; 7]$, $N[-11; -13]$
11. $p: -3x + 4y + 1 = 0$
12. a) $P[-4; -10]$, $\varphi = 8,13^\circ$; b) $P[-1,5; 2]$, $\varphi = 70,35^\circ$; c) $P[\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}]$, $\varphi = 71,57^\circ$;
13. $d = \sqrt{2}$